

Matematika I eta II

Matematika II egiteko Matematika I-eko ezagutzak behar dira.

Matematika ezagutzen multzo handi bat da. Ezagutza horiek egitura abstraktuek berezkoak dituzten eredu eta erlazioen azterketan oinarrituta daude. Nahiz eta errealitate fisikotik aparte garatu, bertan dute jatorria eta guztiz erabilgarriak dira hura irudikatzeko. Arazo praktikoak konpondu beharrak sortzen ditu, eta egiazko egoerak landu, azaldu, iragarri eta ereduetan jasotzeko eta ezagutza zientifikoei zorrotasuna emateko duten ahalmenak eusten die. Haien egitura beti aldatzen ari da, ezagutza berriak gehitzen zaizkielako eta beste arlo batzuekin etengabeko harremanak dituztelako, bereziki zientziaren eta teknikaren esparruan.

Jakintza matematikoa eskuratzea haren -jardunbidea- ikastean datza. Delako -Matematika egiten ikaste- hori lan asko eskatzen duen prozesua da. Elementu zehatzen gaineko jarduera biziak ematen dio hasiera, formalizaziorako behar diren aurretiazko intuizioak sortzeko. Alderdi kontzeptualak, maiz, estrategiak lantzeko bitartekoak baino ez dira, arakatzera, aieruak formulatzera, ideiak trukatzera eta jada eskuratutako kontzeptuak berritzera bultzatzen duten pizgarriak.

Matematikako edukiek, Batxilergoko Zientzien eta Teknologiaren modalitateko irakasgai gisa, bi ardatz nagusi dituzte: geometria eta analisisa. Horiek behar adinako euskarri instrumentala dute aritmetikan, aljebran eta problemak ebazteko estrategia propioetan. Matematika I irakasgaietan, zenbakien propietate orokorrekin eta eragiketetikiko erlazioekin zerikusia duten edukiak, momentu jakin batean baino gehiago, unean uneko beharren arabera landu behar dira. Bestalde, eduki horiei estatistika eta probabilitatea ikasteko tresna berriak gehitu zaizkie. Horrela Derrigorrezko Bigarren Hezkuntzan sartu diren arlo guztiak landuko dira, Matematika II irakasgaia egin edo ez. Matematika II irakasgaietan matrizeak eta integralak sarturik, problema geometriko eta funtzionalak ebazteko tresna berri eta ahaltsuak eskaintzen dira.

Eduki horien bidez oinarritzeko teknikak ikasten dira bai ondorengo ikasketetarako eta bai lanbide jarduerarako ere. Helburua ez da ikasleek tresna matematiko asko edukitzea, behar-beharrezkoak eduki eta horiek trebetasunez eta zentzuz erabiltzea baizik. Formula eta identitate berriak eskaini behar zaizkie beraiek aukeratu eta erabil ditzaten. Hainbat berdintza buruz ikastea haien esanahia

ulertu gabe, ezer ez dago hori baino urrunago -matematikoki pentsatzetik-, nahiz eta berdintzak zuzen aplikatu kalkulu ariketetan.

Eta honetan aldagai bateko funtzio berriak agertzen dira. Ikasleek gaitasuna lortu behar dute funtzio familien ezaugarriak bereizteko haien irudikapen grafikotik abiatuta, eta ulertzeko nola aldatzen den funtzio baten grafikoa beste batekin konposatzen denean edo haren adierazpen aljebraikoan koefizienteren bat modu jarraituan aldatzean. Limitearen nozio intuiziozkoa eta deribatua-ren nozio geometrikoa sartuz, Matematika I-ean kalkulu infinitesimalaren oinarriak ezartzen dira eta haiek emanen diote doitasuna funtzioaren portaeraren analisiari Matematika II irakasgaiari. Halaber, ikasleek ezagutza horiek fenomeno modelatuaren interpretazioan aplikatu ditzaten lortu nahi da.

Matematikaren laguntzaz lortzen diren gaitasunak eta buru konexioak irakasgai horren eremutik haratago doaz. Matematikak prestakuntza ematen du benetako problemak ebazteko -esparrua eta ebazpenerako estrategia bilatzean datza mota horretako problemen zailtasuna-, ikertzeko ohiturak sortzen ditu eta egoera berriei aurre egiteko teknika erabilgarriak eskaintzen ditu. Lehenagoko mailetan jada lantzen hasiak diren trebetasun horiek areagotu egin behar dira orain, tresna berriak agertzen direnean, problemen aukera aberastuz eta erabili beharreko kontzeptuetan sakonduz.

Tresna teknologikoak, bereziki kalkulagailuak eta aljebra konputazional edo geometria dinamikoak sistemak bezalako aplikazio informatikoak, lagungarriak izan daitezke, bai kontzeptuak hobeki ulertu eta problema konplexuak ebazteko, bai kalkulu astunak prozesatzeko, eskuzko kalkulu sinpleak egiteko arintasuna eta zehaztasuna lantzeari utzi gabe, alor horretan ikasleek maiz egiten baitituzte erroreak, emaitza faltsuak edo okerreko ondorioak ateratzera eraman ditzaketenak.

Problemek ebazpena zeharkako gaia da. Beraz, gainerako edukiekin loturik eta haietan integraturik ikasiko da. Garatzen diren estrategiak hezkuntza matematikoaren funtsezko atal dira, eta lortutako ezagutzak eta trebetasunak egiazko inguruneetan aplikatzeko behar diren gaitasunak aktibatzen dituzte. Problema ebartziz ikasleek errealitateari buruzko ikusmolde zabal eta zientifikoa garatuko dute, sormena eta besteren ideien balorazioa sustatuko dira, eta nor bere ideiak argudio egokien bidez adierazteko trebetasuna eta egindako akatsak aitortzeko gaitasuna garatuko dira.

Definizio formalek, demostrazioek (absurdora eramatea, kontradibideak) eta kateamendu logikoek (inplikazioa, baliokidetasuna) balioa ematen diete intuizioei, eta sendotasuna teknika aplikatuei. Alabaina, ikasleak lehenbiziko aldiz egin behar dio aurre hizkuntza formalari. Horregatik, ikaskuntzak orekatua eta mailakatua izan behar du. Sinbolismoak ez ditu desitxuratu behar oinarritzko ideien funtsa, haiek lortzeko beharrezkoa den ikerketa prozesua edo haiei eusten dieten arrazoibideen zorrozatasuna. Ideia horiek modu formalean ez bada ere eraginkortasunez adierazteko gaitasuna baloratu behar da. Garrantzitsuena da ikasleek zenbait adibidetan hizkuntza horren beharra ikustea, definizio eta demostrazio matematikoei unibertsaltasuna emateko eta hizkuntza naturalek bereizteko.

Azkenik, garrantzitsua da matematika zientzia bizia dela erakustea, eta ez erregela finko eta aldaezinen multzoa. Ikasten diren edukien atzean bide kontzeptual luzea dago, izugarritzko neu-

rriak dituen eraikuntza intelektuala, historian zehar aldatzen joan dena, gaur egun darabiltzagun formulazioetara iritsi arte.

Helburuak

Batxilergoan Matematikako ikasketen bidez hurrengo gaitasunak garatu nahi dira:

1. Matematikako kontzeptu eta prozedurak ulertzea eta askotariko egoerei aplikatzea, matematika bera eta beste zientzia batzuk ikasteko eta eguneroko jardueretatik eta hainbat jakintza arlotatik ateratako problemak ebazteko bidean aurrera egiteko.
2. Argudio arrazoituak eta zientziaren eta teknologiaren aurrerapenaren oinarri diren demostrazio zorrotzak kontuan hartzea, eta jarrera malgu, ireki eta kritikoa agertzea beste iritzi eta arrazoibide batzuen artean.
3. Ikerketa zientifikoari dagozkion estrategiak eta matematikari dagozkion trebetasunak erabiltzea (problemak planteatzea, planifikazioa eta saiakuntza, esperimenduak egitea, indukzioa eta dedukzioa aplikatzea, aieruak formulatzea eta onartu edo baztertzea, lortutako emaitzak egiaztatzea) ikerketak egiteko eta, oro har, egoera eta fenomeno berriak aztertzeke.
4. Matematikaren garapena prozesu aldakor eta dinamiko gisa balioestea. Prozesu horrek barne lotura ugari ditu, eta arrunt loturik dago beste jakintza arlo batzuen garapenarekin.
5. Egungo teknologiek eskaintzen dituzten baliabideak erabiltzea informazioa lortu eta lantzeko, fenomeno dinamikoak errazago ulertzeko, kalkuluak lasterrago egiteko eta problemak ebazteko tresna gisa.
6. Diskurtso arrazionala erabiltzea problemak behar bezala planteatzeko, prozedurak justifikatzeko, argudioak elkarrekin koherentziaz lotzeko, eraginkortasun eta zuzentasunez komunikatzeko, logikaren kontrako okerrak detektatzeko eta zorrotasun zientifikorik gabeko baieztapenak ezbaian jartzeko.
7. Lan zientifikoari eta ikerkuntza matematikoari lotutako jarrerak erakutsi behar dituzte, hala nola, ikuspegi kritikoa, egiaztatu eta zorrotzak izan beharra, elkarlanerako eta arrazoiaren mota desberdinetarako interesa, iritzi intuitiboak zalantzan jartzea eta ideia berriei irekita egotea.
8. Gauzak ahoz eta idatziz adieraztea matematikoki tratatuak izan daitezkeen egoeretan, hitz, notazio eta adierazpen matematikoak ulertuz eta erabiliz.

Matematika I

Edukiak

1. Aritmetika eta aljebra.

- Zenbaki errealak. Balio absolutua. Desberdintzak. Distantziak zuzen errealean. Tarteak eta inguruneak.

- Ekuazio eta inekuazioen ebazpena eta adierazpen grafikoa.
- Aljebraکو tresnak problemak ebazteko erabiltzea.

2. Geometria.

- Angelu baten neurria radianetan. Angelu baten arrazoi trigonometrikoak. Formula eta eraldaketa trigonometrikoak erabiltzea triangeluen ebazpenean eta askotariko problema geometrikoetan.
- Bektore libre break planoan. Eragiketak. Biderkadura eskalarra. Bektore baten modulua.
- Zuzenaren ekuazioak. Zuzenen posizio erlatiboak. Distantziak eta angeluak. Problema ebaztea.
- Planoko leku geometrikoaren ideia. Konikak.

3. Analisia.

- Aldagai errealeko funtzio errealeak: funtzio polinomikoen, funtzio arrazional sinpleen, balio absolutuaren funtzioen, zati osoaren funtzioen, funtzio trigonometriko, esponentzial eta logaritmikoen sailkapena eta oinarrizko ezaugarriak.
- Erro konplexuak funtzio kuadratiكوetan: ezaugarriak, adierazpena eta irudikapena.
- Funtzio baten eremua, ibiltarte eta muturrak.
- Funtzioen arteko eragiketak eta konposizioa.
- Funtzio baten limitea, joera eta jarraitutasuna: atarikoak.
- Deribatu kontzeptuaren atarian. Tarte baten mutur erlatiboak.
- Egiatzko egoerak deskribatzen dituzten funtzioak, modu analitikoan edo grafikoan adieraziak, interpretatu eta analizatzea.

4. Estatistika eta probabilitatea.

- Bi dimentsioko banaketak. Bi aldagai estatistikoren arteko erlazioak. Erregresio lineala.
- Probabilitate konposatua, baldintzatua, totala eta a posteriori probabilitatea aztertzea.
- Banaketa binomiala eta totala, gertaerei probabilitateak esleitzeko tresna gisa.

Ebaluazio irizpideak

1. Zenbaki errealeak eta haien arteko eragiketak zuzen erabiltzea informazioa aurkeztu eta trukatzeko; eragiketek zenbaki errealei eta haien adierazpen grafiko eta aljebraikoei nola eragiten dieten ikustea, errealitate sozialetik eta naturatik ateratako problemak ebaztea ekuazioak eta inekuazioak erabiliz, eta lortutako emaitzak interpretatzea.

Irizpide honen bidez egiaztatu nahi da ea ikasleek zenbaki errealeak erabiltzeko behar diren trebetasunak hartu dituzten, egoera bakoitzerako idazkera, hurbilketa eta errore-borne egoiak hautatzeko gaitasuna barne. Halaber, ebaluatu nahi da zenbateraino ulertzen dituzten

zenbakien propietateak, eragiketen efektua, balio absolutua eta horren aplikazio posiblea. Baloratu behar da, gainera, zenbateko gaitasuna duten egoera bat aljebraikoki itzultzeko, haren ebazpena iristeko eta lortutako emaitzen interpretazioa egiteko.

2. **Egiazko egoera baten eskema geometrikoa egitea eta triangeluak ebazteko teknika desberdinak erabiltzea ondorioak adierazteko, beren egiazko testuinguruan baloratuz eta interpretatuz; planoko zenbait leku geometrikori dagozkien formak identifikatzea, haien propietate metrikoak aztertzea eta horietatik abiatuta haiek eraikitzea.**

Ebaluatu nahi da zenbateko gaitasuna duten aurkezten zaien egoera geometrikoki adierazteko, aurkitutako soluzioak interpretatzea ahalbidetzen duten definizio eta transformazio geometrikoak zuzen hautatuz eta aplikatuz; bereziki, zenbateko gaitasuna duten adierazpen sinboliko edo grafiko lagungarriak eskema geometrikoari eransteko, kalkuluaren aurreko urrats gisa. Halaber, egiaztatu nahi da ea geometria analitikoko tekniken erabileran behar adina trebatu diren, teknika horiek koniken ekuazio laburtuen eta beste leku geometriko sinple batzuen azterketan erabili ahal izateko.

3. **Geometriako egoerak bi dimentsioko hizkuntza bektorial batera transkribatzea, bektoreen arteko eragiketak erabiltzea haietatik ateratako problemak ebazteko, eta soluzioen interpretazioa ematea.**

Irizpide honen xedea da hizkuntza bektoriala eta kasuan kasuko teknika egokiak erabiltzeko gaitasuna ebaluatzea, askotariko fenomenoak interpretatzeko tresnak diren aldetik. Bereziki, planoko objektu geometrikoekin hurrenez hurreneko eraldaketak egiteko gaitasuna baloratu nahi da.

4. **Enuntziatu, taula edo grafikoen bidez emandako ohiko funtzioak identifikatzea, eta haien ezaugarriak fenomeno naturalen eta teknologikoen azterketari aplikatzea.**

Irizpide honen bidez ebaluatu nahi da zenbateko gaitasuna duten ikasleek funtzioen azterketatik ateratako informazioa interpretatzeko eta mundu natural, geometriko eta teknologikoko egoerei aplikatzeko. Bereziki, egiaztatu nahi da ea gai diren analisiaren emaitzak fenomeno estatiko edo dinamikoaren testuingurura ekartzeko eta haren portaera lokal edo globalari buruzko ondorioak ateratzeko.

5. **Analitikoki eta grafikoki adierazitako funtzioen ezaugarri nagusiak bilatu eta interpretatzeko kontzeptu, propietate eta prozedura egokiak erabiltzea.**

Irizpide honen bidez egiaztatu nahi da ea ikasleek analisiaren terminologia eta kontzeptu oinarrikoak egoki erabiltzen ahal dituzten funtzioen ezaugarri orokorrak aztertzeko eta funtzio jakin baten grafikoaren eraikuntzan aplikatzeko. Bereziki, ea gai ote diren erregularitasunak, joerak eta aldakuntza tasa lokal eta globalak identifikatzeko funtzioaren portaeran, familiaren ezaugarriak eta funtzioaren berezitasunak bereizteko eta adierazpen aljebraikoan konstante bat aldatzean gertatzen diren aldaketa grafikoak kalkulatzeko.

6. Erroak zenbaki konplexu dituzten funtzio kuadratikoa ezagutzea. Zenbaki konplexuak adieraztea, bai eta konplexu aurkakoen eta konjugatuaren ezaugarriak ere.

Eremu errealeko haragoko egoera sinpleak interpretatzeko eta halako egoerak aljebraaren ahalmenaren bidez integratzeko gaitasuna ebaluatu nahi da. Gainera, zenbaki eremua hantitu eta egituratu behar dute zenbaki konplexuen erabileraren bidez, horiek adierazi eta irudikatzeko, aurkakotasuna eta konjugazioa bezalako erlazio funtsezkoak nabarmenduz, eta plano bektorialarekiko analogiak ezarri behar dituzte.

7. Ausazko fenomeno bakun eta konposatuari probabilitateak esleitzea eta oinarritzko teknika estatistikoak erabiltzea probabilitate banaketa binomial edo normala duten egoeren aurrean erabakiak hartzeko.

Irizpide honen bidez neurtu nahi da zenbateko gaitasuna duten gertaera baten probabilitatea zehazteko teknika desberdinak erabiliz, egoera bat aztertzeko eta aukera egokiena zein den erabakitzeke. Gainera, egiaztatu nahi da ea gai diren korrelazioarekin eta erregresioarekin zerikusia duten parametroak kalkulatzeko eta neurtzen diren egoera eta erlazioekin lotzeko.

8. Ikerketak egitea, zeinetan informazioak antolatu eta kodetu eta estrategiak hautatu, alderatu eta baloratu behar diren, egoera berriei eraginkortasunez ekiteko, kasuan kasuko tresna matematiko egokiak aukeratuz.

Ebaluatu nahi da ea ikasleek zenbateko heldutasuna duten egoera berriei aurre egiteko. Egoera aztertu ondoren, eredu egin behar dute, eta egokiro hausnartu eta arrazoitu, hartutako trebetasun matematikoak erabiliz. Halako egoerek ez dute zertan zuzenean loturik egon eduki zehatzei; hain zuzen ere, tresna eta estrategia desberdinak uztartzeko gaitasuna ebaluatu nahi da, zein testuingurutan hartu diren kontuan hartu gabe.

Matematika II

Edukiak

1. Aljebra lineala.

- Matrizeak aztertzea, taula eta grafoetan egituratutako datuak erabiltzeko tresna gisa.
- Eragiketak matrizeekin. Eragiketak eta haien propietateak egiazko egoeretatik ateratako problemak ebazteko aplikatzea.
- Determinanteak. Determinanteen oinarritzko propietateak. Matrize baten heina.
- Ekuazio linealetako sistemen eztabaida eta ebazpena.

2. Geometria.

- Bektoreak hiru dimentsioko espazioan. Biderkadura eskalarra, bektoriala eta mistoa. Esanahi geometrikoa.
- Espazioko zuzenaren eta planoaren ekuazioak. Posizio erlatiboari buruzko problemen ebazpena. Angeluen, distantzien, azalaren eta bolumenen kalkuluekin zerikusia duten problema metrikoak ebaztea.

3. Analisia.

- Funtzio baten limitearen kontzeptua. Limiteen kalkulua.
- Funtzio baten jarraitutasuna. Eten motak. Propietateak. Bolzano-ren teorema eta bitarteko balioen teorema.
- Funtzio baten deribatua puntu batean: interpretazio geometrikoa eta fisikoa.
- Funtzio baten deribagarritasuna. Oinarrizko propietateak. Deribatuen kalkulua. Funtzioen baturaren, biderkaduraren eta zatiduraren deribatua eta funtzio konposatuaren deribatua. Rolle-ren teorema. Batez besteko balioaren teorema. L'Hopital-en teorema.
- Deribatua aplikatzea funtzio baten propietate lokalen azterketarako eta adierazpen grafikorako. Optimizazio problemak.
- Integral definituaren kontzeptua aztertzea, kurba baten azpian mugatutako azalaren kalkulatik abiatuta. Jatorrizkoak kalkulatzeko oinarrizko teknikak. Eskualde lauen azalaren kalkuluari aplikatzea.

Ebaluazio irizpideak

1. Matrizen-hizkuntzaz eta matrize eta determinanteekiko eragiketez baliatzea datu eta erlazioak adierazteko eta, oro har, askotariko egoerak ebazteko.

Irizpide honen bidez begiratu nahi da ea ikasleak matrize-hizkuntza erabiltzen trebatu diren, datuen antolaketarekin zerikusia duten problemak adierazi eta ebazteko tresna aljebraiko gisa; bereziki, ea bereizten eta aplikatzen ahal dituzten, testuinguruari dagokion moduan, elementuz elementuko eragiketak, errenkada eta zutabeekiko eragiketak, azpimatrizeeekiko eragiketak eta matrizea berezko identitadedun objektu aljebraikoa duten eragiketak.

2. Geometriako egoerak hiru dimentsioko hizkuntza bektorial batera transkribatzea, bektoreen arteko eragiketak erabiltzea haietatik ateratako problemak ebazteko eta soluzioen interpretazioa ematea.

Irizpide honen xedea da hizkuntza bektoriala eta kasuan kasuko teknika egokiak erabiltzeko gaitasuna ebaluatzea, askotariko fenomenoak interpretatzeko tresnak diren aldetik. Bereziki, hiru dimentsioko espazioko objektu geometrikoekin hurrenez hurrenko eraldaketak egiteko gaitasuna baloratu nahi da.

3. Problema erreala lengoia grafiko edo aljebraikoan ematea, kasu bakoitzean egokiak diren kontzeptu, propietate eta teknika matematikoak erabiltzea problema horiek ebazteko, eta lortutako soluzioei buruzko interpretazioa ematea, testuinguruari lotuta.

Irizpide honen bidez ebaluatu nahi da ea ikasleak gai diren problema bat hizkuntza aljebraiko edo grafikoan adierazteko, prozedura egokiaren bidez hura ebazteko eta lortutako soluzioa modu kritikoan interpretatzeko. Aljebren, geometriaren eta analisisaren eskuratutako tresnak hautatu, erabili eta egoki konbinatzeko gaitasuna ebaluatu behar da.

4. Aljebraikoki modu esplizituan adierazitako funtzioen ezaugarri nagusiak bilatu eta interpretatzeko kontzeptu, propietate eta prozedura egokiak erabiltzea.

Irizpide honen bidez egiaztatu nahi da ea ikasleek analisiaren oinarrizko kontzeptuak erabiltzeko gaitasuna duten, terminologia egokia ikasi duten eta kontzeptuok zuzen aplikatzen dituzten funtzio jakin bat aztertzeke.

5. Limite eta deribatuen kontzeptuak eta kalkulua fenomeno natural eta teknologikoen azterketari eta optimizazio problemen ebazpenari aplikatzea.

Irizpide honen bidez ebaluatu nahi da zenbateko gaitasuna duten ikasleek funtzioen azterketatik ateratako informazioa interpretatzeko eta mundu natural, geometriko eta teknologikoko egoerei aplikatzeko. Zehazki, egiaztatu nahi da ea gai diren haien portaera lokalari edo globalari buruzko ondorio zehatz eta doiak ateratzeko, analisiaren emaitzak fenomeno estatiko edo dinamikoaren testuingurura ekartzeko eta ezarritako irizpideren bat optimizatzeko duten balioak bilatzeko.

6. Integralen kalkulua aplikatzea, erraz irudikatzen ahal diren kurba sinpleak eta zuzenak mugatutako eskualde lauen azalerak neurtzeko.

Irizpide honen bidez ebaluatu nahi da zenbateko gaitasuna duten ikasleek eskualde lau baten azalera neurtzeko kalkulu integralaren bidez, berehalako eta zatikako integrazio teknikak eta aldagai aldaketa sinpleak erabiliz.

7. Ikerketak egitea, zeinetan informazioak antolatu eta kodetu eta estrategiak hautatu, alderatu eta baloratu behar diren, egoera berriei eraginkortasunez ekiteko, kasuan kasuko tresna matematiko egokiak aukeratuz.

Ebaluatu nahi da zenbateko heldutasuna duten ikasleek egoera berriei aurre egiteko. Egoera aztertu ondoren, eredua egin behar dute, eta egokiro hausnartu eta arrazoitu, hartutako trebetasun matematikoak erabiliz. Halako egoerek ez dute zertan zuzenean loturik egon eduki zehatzei; hain zuzen ere, tresna eta estrategia desberdinak uztartzeko gaitasuna ebaluatu nahi da, zein testuingurutan hartu diren kontuan hartu gabe.