

Matemáticas I y II

Matemáticas II requiere conocimientos de Matemáticas I.

Las matemáticas constituyen un conjunto amplio de conocimientos basados en el estudio de patrones y relaciones inherentes a estructuras abstractas. Aunque se desarrollen con independencia de la realidad física, tienen su origen en ella y son de suma utilidad para representarla. Nacen de la necesidad de resolver problemas prácticos y se sustentan por su capacidad para tratar, explicar, predecir y modelar situaciones reales y dar rigor a los conocimientos científicos. Su estructura se halla en continua evolución, tanto por la incorporación de nuevos conocimientos como por su constante interrelación con otras áreas, especialmente en el ámbito de la ciencia y la técnica.

Participar en la adquisición del conocimiento matemático consiste en el dominio de su “forma de hacer”. Este “saber hacer matemáticas” es un proceso laborioso que comienza por una intensa actividad sobre elementos concretos, con objeto de crear intuiciones previas necesarias para la formalización. A menudo, los aspectos conceptuales no son más que medios para la práctica de estrategias, para incitar a la exploración, la formulación de conjeturas, el intercambio de ideas y la renovación de los conceptos ya adquiridos.

Los contenidos de Matemáticas, como materia de modalidad en el bachillerato de Ciencias y Tecnología, giran sobre dos ejes fundamentales: la geometría y el análisis. Estos cuentan con el necesario apoyo instrumental de la aritmética, el álgebra y las estrategias propias de la resolución de problemas. En Matemáticas I, los contenidos relacionados con las propiedades generales de los números y su relación con las operaciones, más que en un momento determinado deben ser trabajados en función de las necesidades que surjan en cada momento concreto. A su vez, estos contenidos se complementan con nuevas herramientas para el estudio de la estadística y la probabilidad, culminando así todos los campos introducidos en la educación secundaria obligatoria, independientemente de que se curse la materia de Matemáticas II. La introducción de matrices e integrales en Matemáticas II aportará nuevas y potentes herramientas para la resolución de problemas geométricos y funcionales.

Estos contenidos proporcionan técnicas básicas, tanto para estudios posteriores como para la actividad profesional. No se trata de que los estudiantes posean muchas herramientas matemáticas, sino las estrictamente necesarias y que las manejen con destreza y oportunidad, facilitándoles las nuevas fórmulas e identidades para su elección y uso. Nada hay más alejado del “pensar matemáticamente” que una memorización de igualdades cuyo significado se desconoce, incluso aunque se apliquen adecuadamente en ejercicios de cálculo.

En esta etapa aparecen nuevas funciones de una variable. Se pretende que los alumnos sean capaces de distinguir las características de las familias de funciones a partir de su representación gráfica, así como las variaciones que sufre la gráfica de una función al componerla con otra o al modificar de forma continua algún coeficiente en su expresión algebraica. Con la introducción de la noción intuitiva de límite y geométrica de derivada, se establecen las bases del cálculo infinitesimal en Matemáticas I, que dotará de precisión el análisis del comportamiento de la función en las Matemáticas II. Asimismo, se pretende que los estudiantes apliquen estos conocimientos a la interpretación del fenómeno modelado.

Las matemáticas contribuyen a la adquisición de aptitudes y conexiones mentales cuyo alcance trascienden el ámbito de esta materia; forman en la resolución de problemas genuinos –aquellos donde la dificultad está en encuadrarlos y encontrar una estrategia de resolución–, generan hábitos de investigación y proporcionan técnicas útiles para enfrentarse a situaciones nuevas. Estas destrezas, ya iniciadas en los niveles previos, deberán ampliarse ahora que aparecen nuevas herramientas, enriqueciendo el abanico de problemas abordables y la profundización en los conceptos implicados.

Las herramientas tecnológicas, en particular el uso de calculadoras y aplicaciones informáticas como sistemas de álgebra computacional o de geometría dinámica, pueden servir de ayuda tanto para la mejor comprensión de conceptos y la resolución de problemas complejos como para el procesamiento de cálculos pesados, sin dejar de trabajar la fluidez y la precisión en el cálculo manual simple, donde los estudiantes suelen cometer frecuentes errores que les pueden llevar a falsos resultados o inducir a confusión en sus conclusiones.

La resolución de problemas tiene carácter transversal y será objeto de estudio relacionado e integrado en el resto de los contenidos. Las estrategias que se desarrollan constituyen una parte esencial de la educación matemática y activan las competencias necesarias para aplicar los conocimientos y habilidades adquiridas en contextos reales. La resolución de problemas debe servir para que el alumnado desarrolle una visión amplia y científica de la realidad, para estimular la creatividad y la valoración de las ideas ajenas, la habilidad para expresar las ideas propias con argumentos adecuados y el reconocimiento de los posibles errores cometidos.

Las definiciones formales, las demostraciones (reducción al absurdo, contraejemplos) y los encadenamientos lógicos (implicación, equivalencia) dan validez a las intuiciones y confieren solidez a las técnicas aplicadas. Sin embargo, éste es el primer momento en que el alumno se enfrenta con cierta seriedad al lenguaje formal, por lo que el aprendizaje debe ser equilibrado y gradual. El simbolismo no debe desfigurar la esencia de las ideas fundamentales, el proceso de investigación necesario para alcanzarlas, o el rigor de los razonamientos que las sustentan. Deberá valorarse

la capacidad para comunicar con eficacia esas ideas aunque sea de manera no formal. Lo importante es que el estudiante encuentre en algunos ejemplos la necesidad de la existencia de este lenguaje para dotar a las definiciones y demostraciones matemáticas de universalidad, independizándolas del lenguaje natural.

Por último, es importante presentar la matemática como una ciencia viva y no como una colección de reglas fijas e inmutables. Detrás de los contenidos que se estudian hay un largo camino conceptual, un constructo intelectual de enorme magnitud, que ha ido evolucionando a través de la historia hasta llegar a las formulaciones que ahora manejamos.

Objetivos

La enseñanza de las Matemáticas en el bachillerato tendrá como finalidad el desarrollo de las siguientes capacidades:

1. Comprender y aplicar los conceptos y procedimientos matemáticos a situaciones diversas que permitan avanzar en el estudio de las propias matemáticas y de otras ciencias, así como en la resolución razonada de problemas procedentes de actividades cotidianas y diferentes ámbitos del saber.
2. Considerar las argumentaciones razonadas y la existencia de demostraciones rigurosas sobre las que se basa el avance de la ciencia y la tecnología, mostrando una actitud flexible, abierta y crítica ante otros juicios y razonamientos.
3. Utilizar las estrategias características de la investigación científica y las destrezas propias de las matemáticas (planteamiento de problemas, planificación y ensayo, experimentación, aplicación de la inducción y deducción, formulación y aceptación o rechazo de las conjeturas, comprobación de los resultados obtenidos) para realizar investigaciones y en general explorar situaciones y fenómenos nuevos.
4. Apreciar el desarrollo de las matemáticas como un proceso cambiante y dinámico, con abundantes conexiones internas e íntimamente relacionado con el de otras áreas del saber.
5. Emplear los recursos aportados por las tecnologías actuales para obtener y procesar información, facilitar la comprensión de fenómenos dinámicos, ahorrar tiempo en los cálculos y servir como herramienta en la resolución de problemas.
6. Utilizar el discurso racional para plantear acertadamente los problemas, justificar procedimientos, encadenar coherentemente los argumentos, comunicarse con eficacia y precisión, detectar incorrecciones lógicas y cuestionar aseveraciones carentes de rigor científico.
7. Mostrar actitudes asociadas al trabajo científico y a la investigación matemática, tales como la visión crítica, la necesidad de verificación, la valoración de la precisión, el interés por el trabajo cooperativo y los distintos tipos de razonamiento, el cuestionamiento de las apreciaciones intuitivas y la apertura a nuevas ideas.
8. Expresarse verbalmente y por escrito en situaciones susceptibles de ser tratadas matemáticamente, comprendiendo y manejando términos, notaciones y representaciones matemáticas.

Matemáticas I

Contenidos

1. Aritmética y álgebra

- Números reales. Valor absoluto. Desigualdades. Distancias entre la recta real. Intervalos y entornos.
- Resolución e interpretación gráfica de ecuaciones e inecuaciones.
- Utilización de las herramientas algebraicas en la resolución de problemas.

2. Geometría

- Medida de un ángulo en radianes. Razones trigonométricas de un ángulo. Uso de fórmulas y transformaciones trigonométricas en la resolución de triángulos y problemas geométricos diversos.
- Vectores libres en el plano. Operaciones. Producto escalar. Módulo de un vector.
- Ecuaciones de la recta. Posiciones relativas de rectas. Distancias y ángulos. Resolución de problemas.
- Idea de lugar geométrico en el plano. Cónicas.

3. Análisis

- Funciones reales de variable real: clasificación y características básicas de las funciones polinómicas, racionales sencillas, valor absoluto, parte entera, trigonométricas, exponenciales y logarítmicas.
- Raíces complejas en funciones cuadráticas: características, expresión y representación.
- Dominio, recorrido y extremos de una función.
- Operaciones y composición de funciones.
- Aproximación al concepto de límite de una función, tendencia y continuidad.
- Aproximación al concepto de derivada. Extremos relativos en un intervalo.
- Interpretación y análisis de funciones sencillas, expresadas de manera analítica o gráfica, que describan situaciones reales.

4. Estadística y Probabilidad

- Distribuciones bidimensionales. Relaciones entre dos variables estadísticas. Regresión lineal.
- Estudio de la probabilidad compuesta, condicionada, total y a posteriori.
- Distribuciones binomial y normal como herramienta para asignar probabilidades a sucesos.

Criterios de evaluación

1. Utilizar correctamente los números reales y sus operaciones para presentar e intercambiar información; estimar los efectos de las operaciones sobre los números reales y sus representaciones gráfica y algebraica y resolver problemas extraídos de la realidad social y de la

naturaleza que impliquen la utilización de ecuaciones e inecuaciones, así como interpretar los resultados obtenidos.

Se pretende comprobar con este criterio la adquisición de las destrezas necesarias para la utilización de los números reales, incluyendo la elección de la notación, las aproximaciones y las cotas de error acordes con la situación. Asimismo, se pretende evaluar la comprensión de las propiedades de los números, del efecto de las operaciones y del valor absoluto y su posible aplicación. También se debe valorar la capacidad para traducir algebraicamente una situación y llegar a su resolución, haciendo una interpretación de los resultados obtenidos.

- 2. Transferir una situación real a una esquematización geométrica y aplicar las diferentes técnicas de resolución de triángulos para enunciar conclusiones, valorándolas e interpretándolas en su contexto real; así como, identificar las formas correspondientes a algunos lugares geométricos del plano, analizar sus propiedades métricas y construirlos a partir de ellas.**

Se pretende evaluar la capacidad para representar geométricamente una situación planteada, eligiendo y aplicando adecuadamente las definiciones y transformaciones geométricas que permitan interpretar las soluciones encontradas; en especial, la capacidad para incorporar al esquema geométrico las representaciones simbólicas o gráficas auxiliares como paso previo al cálculo. Asimismo, se pretende comprobar la adquisición de las capacidades necesarias en la utilización de técnicas propias de la geometría analítica para aplicarlas al estudio de las ecuaciones reducidas de las cónicas y de otros lugares geométricos sencillos.

- 3. Transcribir situaciones de la geometría a un lenguaje vectorial en dos dimensiones y utilizar las operaciones con vectores para resolver los problemas extraídos de ellas, dando una interpretación de las soluciones.**

La finalidad de este criterio es evaluar la capacidad para utilizar el lenguaje vectorial y las técnicas apropiadas en cada caso, como instrumento para la interpretación de fenómenos diversos. Se pretende valorar especialmente la capacidad para realizar transformaciones sucesivas con objetos geométricos en el plano.

- 4. Identificar las funciones habituales dadas a través de enunciados, tablas o gráficas, y aplicar sus características al estudio de fenómenos naturales y tecnológicos.**

Este criterio pretende evaluar la capacidad para interpretar y aplicar a situaciones del mundo natural, geométrico y tecnológico, la información suministrada por el estudio de las funciones. Particularmente, se pretende comprobar la capacidad de traducir los resultados del análisis al contexto del fenómeno, estático o dinámico, y extraer conclusiones sobre su comportamiento local o global.

- 5. Utilizar los conceptos, propiedades y procedimientos adecuados para encontrar e interpretar características destacadas de funciones expresadas analítica y gráficamente.**

Se pretende comprobar con este criterio la capacidad de utilizar adecuadamente la terminología y los conceptos básicos del análisis para estudiar las características generales de las funciones y aplicarlas a la construcción de la gráfica de una función concreta. En especial, la

capacidad para identificar regularidades, tendencias y tasas de variación, locales y globales, en el comportamiento de la función, reconocer las características propias de la familia y las particulares de la función, y estimar los cambios gráficos que se producen al modificar una constante en la expresión algebraica.

6. Reconocer aquellas funciones cuadráticas cuyas raíces son números complejos. Expresar y representar los números complejos, así como las características de los complejos opuestos y conjugados.

Se pretende evaluar la capacidad para interpretar situaciones sencillas que se escapan al campo real y utilizar la potencia del álgebra para integrar tales situaciones. Se trata también de ampliar y estructurar el campo numérico a través del manejo de los números complejos para expresarlos y representarlos, destacando relaciones fundamentales como la oposición y conjugación, y establecer analogías con el plano vectorial.

7. Asignar probabilidades a sucesos correspondientes a fenómenos aleatorios simples y compuestos y utilizar técnicas estadísticas elementales para tomar decisiones ante situaciones que se ajusten a una distribución de probabilidad binomial o normal.

En este criterio se pretende medir la capacidad para determinar la probabilidad de un suceso, utilizando diferentes técnicas, analizar una situación y decidir la opción más conveniente. También se pretende comprobar la capacidad para estimar y asociar los parámetros relacionados con la correlación y la regresión con las situaciones y relaciones que miden.

8. Realizar investigaciones en las que haya que organizar y codificar informaciones, seleccionar, comparar y valorar estrategias para enfrentarse a situaciones nuevas con eficacia, eligiendo las herramientas matemáticas adecuadas en cada caso.

Se pretende evaluar la madurez del alumnado para enfrentarse con situaciones nuevas procediendo a su observación, modelado, reflexión y argumentación adecuada, usando las destrezas matemáticas adquiridas. Tales situaciones no tienen por qué estar directamente relacionadas con contenidos concretos; de hecho, se pretende evaluar la capacidad para combinar diferentes herramientas y estrategias, independientemente del contexto en que se hayan adquirido.

Matemáticas II

Contenidos

1. Álgebra lineal

- Estudio de las matrices como herramienta para manejar y operar con datos estructurados en tablas y grafos.
- Operaciones con matrices. Aplicación de las operaciones y de sus propiedades en la resolución de problemas extraídos de contextos reales.

- Determinantes. Propiedades elementales de los determinantes. Rango de una matriz.
- Discusión y resolución de sistemas de ecuaciones lineales.

2. Geometría

- Vectores en el espacio tridimensional. Producto escalar, vectorial y mixto. Significado geométrico.
- Ecuaciones de la recta y el plano en el espacio. Resolución de problemas de posiciones relativas. Resolución de problemas métricos relacionados con el cálculo de ángulos, distancias, áreas y volúmenes.

3. Análisis

- Concepto de límite de una función. Cálculo de límites.
- Continuidad de una función. Tipos de discontinuidad. Propiedades. Teorema de Bolzano y Teorema de los valores intermedios.
- Interpretación geométrica y física del concepto de derivada de una función en un punto.
- Derivabilidad de una función. Propiedades elementales. Cálculo de derivadas. Derivada de la suma, el producto y el cociente de funciones y de la función compuesta. Teorema de Rolle. Teorema del valor medio. Teorema de L'Hopital.
- Aplicación de la derivada al estudio de las propiedades locales y la representación gráfica de una función. Problemas de optimización.
- Introducción al concepto de integral definida a partir del cálculo de áreas encerradas bajo una curva. Técnicas elementales para el cálculo de primitivas. Aplicación al cálculo de áreas de regiones planas.

Criterios de evaluación

1. Utilizar el lenguaje matricial y las operaciones con matrices y determinantes como instrumento para representar e interpretar datos y relaciones y, en general, para resolver situaciones diversas.

Este criterio pretende comprobar la destreza para utilizar el lenguaje matricial como herramienta algebraica, útil para expresar y resolver problemas relacionados con la organización de datos; especialmente, si son capaces de distinguir y aplicar, de forma adecuada al contexto, operaciones elemento a elemento, operaciones con filas y columnas, operaciones con submatrices y operaciones con la matriz como objeto algebraico con identidad propia.

2. Transcribir situaciones de la geometría a un lenguaje vectorial en tres dimensiones y utilizar las operaciones con vectores para resolver los problemas extraídos de ellas, dando una interpretación de las soluciones.

La finalidad de este criterio es evaluar la capacidad para utilizar el lenguaje vectorial y las técnicas apropiadas en cada caso, como instrumento para la interpretación de fenómenos diversos. Se pretende valorar especialmente la capacidad para realizar transformaciones sucesivas con objetos geométricos en el espacio de tres dimensiones.

3. **Transcribir problemas reales a un lenguaje gráfico o algebraico, utilizar conceptos, propiedades y técnicas matemáticas específicas en cada caso para resolverlos y dar una interpretación de las soluciones obtenidas ajustada al contexto.**

Este criterio pretende evaluar la capacidad de representar un problema en lenguaje algebraico o gráfico y resolverlo aplicando procedimientos adecuados e interpretar críticamente la solución obtenida. Se trata de evaluar la capacidad para elegir y emplear las herramientas adquiridas en álgebra, geometría y análisis, y combinarlas adecuadamente.

4. **Utilizar los conceptos, propiedades y procedimientos adecuados para encontrar e interpretar características destacadas de funciones expresadas algebraicamente en forma explícita.**

Se pretende comprobar con este criterio que los alumnos son capaces de utilizar los conceptos básicos del análisis y que han adquirido el conocimiento de la terminología adecuada y los aplican adecuadamente al estudio de una función concreta.

5. **Aplicar el concepto y el cálculo de límites y derivadas al estudio de fenómenos naturales y tecnológicos y a la resolución de problemas de optimización.**

Este criterio pretende evaluar la capacidad para interpretar y aplicar a situaciones del mundo natural, geométrico y tecnológico, la información suministrada por el estudio de las funciones. En concreto, se pretende comprobar la capacidad de extraer conclusiones detalladas y precisas sobre su comportamiento local o global, traducir los resultados del análisis al contexto del fenómeno, estático o dinámico, y encontrar valores que optimicen algún criterio establecido.

6. **Aplicar el cálculo de integrales en la medida de áreas de regiones planas limitadas por rectas y curvas sencillas que sean fácilmente representables.**

Este criterio pretende evaluar la capacidad para medir el área de una región plana mediante el cálculo integral, utilizando técnicas de integración inmediata, integración por partes y cambios de variables sencillos.

7. **Realizar investigaciones en las que haya que organizar y codificar informaciones, seleccionar, comparar y valorar estrategias para enfrentarse a situaciones nuevas con eficacia, eligiendo las herramientas matemáticas adecuadas en cada caso.**

Se pretende evaluar la madurez del alumnado para enfrentarse a situaciones nuevas procediendo a su observación, modelado, reflexión y argumentación adecuada, usando las destrezas matemáticas adquiridas. Tales situaciones no tienen que estar directamente relacionadas con contenidos concretos; de hecho, se pretende evaluar la capacidad para combinar diferentes herramientas y estrategias, independientemente del contexto en el que se hayan adquirido.