

Profundización en Matemáticas [Cuarto curso]

Introducción

Las matemáticas aparecen estrechamente vinculadas a los avances que la civilización ha ido alcanzando a lo largo de la historia. En su intento de comprender el mundo, el hombre ha creado y desarrollado herramientas matemáticas: el cálculo, la medida y el estudio de relaciones entre formas y cantidades, que han servido a los científicos de todas las épocas para generar modelos de la realidad. Estos modelos contribuyen, hoy día, tanto al desarrollo como a la formalización de las ciencias experimentales y sociales, a las que prestan un adecuado apoyo instrumental. Por otra parte, el lenguaje y el razonamiento propios de las matemáticas, aplicado a los distintos fenómenos y aspectos de la realidad, constituyen un instrumento eficaz que nos ayuda a comprender y a expresar mejor el mundo que nos rodea. En consecuencia, la finalidad de la enseñanza de las matemáticas es no sólo su aplicación instrumental, sino también, el desarrollo de las facultades de razonamiento, de abstracción y de expresión.

Debido a su carácter optativo para el alumnado del itinerario científico, los contenidos se presentan a partir de los de la asignatura de matemáticas B de cuarto curso de ESO, elevando su nivel, conteniendo aplicaciones y problemas de mayor complejidad y ampliando en algún caso estos contenidos, además de afianzar los conocimientos previos, con el fin de que estos alumnos adquieran una buena base para continuar su formación académica.

La metodología deberá adaptarse al grupo de alumnos, rentabilizando al máximo los recursos disponibles. Como criterio general son aconsejables las actuaciones que potencien el aprendizaje inductivo, a través de observación y manipulación, el razonamiento deductivo y las demostraciones, y refuercen, al mismo tiempo, la adquisición de destrezas básicas, esquemas y estrategias personales a la hora de enfrentarse ante una situación problemática cercana al alumno, sin perder de vista la relación con otras materias del currículo. Asimismo, deberá fomentarse la adquisición de hábitos de trabajo propios de las matemáticas, necesarios para un desarrollo autónomo del aprendizaje de los alumnos, para propiciar sus aplicaciones en cursos sucesivos y fuera del aula, así como para fomentar la curiosidad y el respeto hacia esta disciplina.

El hecho de presentar los contenidos en bloques no es más que una forma de organizarlos, ya que lo interesante será realizar actividades en las que se relacionen conceptos de los distintos temas para que el alumnado adquiriera una visión más completa de la asignatura y de sus aplicaciones.

Por otra parte, es necesario invertir en planteamientos que aborden las actitudes y comportamientos ante el aprendizaje y considerar este tipo de intervención como una meta tan importante como pueda ser la instrucción cognitiva.

El uso de las matemáticas debe servir para interpretar y transmitir ideas e información con precisión y rigor, utilizándolas como un lenguaje con distintas vertientes: verbal, gráfica, numérica y algebraica. Por ello, es importante habituar a los alumnos a expresarse de forma oral, por escrito y gráficamente en situaciones susceptibles de ser tratadas matemáticamente, mediante la adquisición y el manejo de un vocabulario específico de notaciones y términos matemáticos.

El trabajo en grupo, ante problemas que estimulen la curiosidad y la reflexión de los alumnos, facilita el desarrollo de ciertos hábitos de trabajo que permite a los alumnos desarrollar estrategias para defender sus argumentos frente a los de sus compañeros, permitiéndoles comparar distintos criterios para poder seleccionar la respuesta más adecuada.

Asimismo, se deberá seguir cuidadosamente el método de estudio de los alumnos, cuidando que éstos desarrollen el grado de confianza en sí mismos necesario para sumergirse en el estudio de esta disciplina.

En los últimos años, hemos presenciado un vertiginoso desarrollo tecnológico. El ciudadano del siglo XXI no podrá ignorar el funcionamiento de una calculadora o de un ordenador, con el fin de poder servirse de ellos. Estos instrumentos permiten concentrarse en la toma de decisiones, la reflexión, el razonamiento y la resolución de problemas. En este sentido, la calculadora y las herramientas informáticas son hoy dispositivos que el ciudadano utiliza comúnmente en la vida cotidiana. Pero se les debe dar un trato racional que evite la indefensión del alumno ante la necesidad, por ejemplo, de realizar un cálculo sencillo cuando no tiene a mano su calculadora. Por otra parte, ciertos programas informáticos resultan ser recursos investigadores de primer orden en el análisis de propiedades y relaciones numéricas y gráficas, y, en este sentido, debe potenciarse su empleo. El profesor decidirá cuándo y cómo plantea la utilización de la calculadora, la hoja de cálculo y otros programas informáticos como herramienta instrumental básica para el estudio de las Matemáticas.

Contribución de la materia a la adquisición de las competencias básicas

Puede entenderse que todo el currículo de la materia contribuye a la adquisición de la *competencia matemática*, puesto que la capacidad para utilizar distintas formas de pensamiento matemático, con objeto de interpretar y describir la realidad y actuar sobre ella, forma parte del propio objeto de aprendizaje. Todos los bloques de contenidos están orientados a aplicar aquellas destrezas y actitudes que permiten razonar matemáticamente, comprender una argumenta-

ción matemática y expresarse y comunicarse en el lenguaje matemático, utilizando las herramientas adecuadas, e integrando el conocimiento matemático con otros tipos de conocimiento para obtener conclusiones, reducir la incertidumbre y para enfrentarse a situaciones cotidianas de diferente grado de complejidad. Conviene señalar que no todas las formas de enseñar matemáticas contribuyen por igual a la adquisición de la competencia matemática: el énfasis en la funcionalidad de los aprendizajes, su utilidad para comprender el mundo que nos rodea o la misma selección de estrategias para la resolución de un problema, determinan la posibilidad real de aplicar las matemáticas a diferentes campos de conocimiento o a distintas situaciones de la vida cotidiana.

La discriminación de formas, relaciones y estructuras geométricas, especialmente con el desarrollo de la visión espacial y la capacidad para transferir formas y representaciones entre el plano y el espacio contribuye a profundizar la competencia en *conocimiento e interacción con el mundo físico*. La modelización constituye otro referente en esta misma dirección. Elaborar modelos exige identificar y seleccionar las características relevantes de una situación real, representarla simbólicamente y determinar pautas de comportamiento, regularidades e invariantes, a partir de las que poder hacer predicciones sobre la evolución, la precisión y las limitaciones del modelo.

Por su parte, la incorporación de herramientas tecnológicas como recurso didáctico para el aprendizaje y para la resolución de problemas, contribuye a mejorar la competencia en *tratamiento de la información y competencia digital* de los estudiantes, del mismo modo que la utilización de los lenguajes gráfico y estadístico ayuda a interpretar mejor la realidad expresada por los medios de comunicación. No menos importante resulta la interacción entre los distintos tipos de lenguaje: natural, numérico, gráfico, geométrico y algebraico como forma de ligar el tratamiento de la información con la experiencia de los alumnos.

Las matemáticas contribuyen a la competencia en *comunicación lingüística* ya que son concebidas como un área de expresión que utiliza continuamente la expresión oral y escrita en la formulación y expresión de las ideas. Por ello, en todas las relaciones de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y en particular en la resolución de problemas, adquiere especial importancia la expresión tanto oral como escrita de los procesos realizados y de los razonamientos seguidos, puesto que ayudan a formalizar el pensamiento. El propio lenguaje matemático es, en sí mismo, un vehículo de comunicación de ideas que destaca por la precisión en sus términos y por su gran capacidad para transmitir conjeturas gracias a un léxico propio de carácter sintético, simbólico y abstracto.

Las matemáticas contribuyen a la competencia en *expresión cultural y artística* porque el mismo conocimiento matemático es expresión universal de la cultura, siendo, en particular, la geometría parte integral de la expresión artística de la humanidad al ofrecer medios para describir y comprender el mundo que nos rodea y apreciar la belleza de las estructuras que ha creado. Cultivar la sensibilidad y la creatividad, el pensamiento divergente, la autonomía y el apasionamiento estético son objetivos de esta materia.

Los propios procesos de resolución de problemas contribuyen de forma especial a fomentar la *autonomía e iniciativa personal* porque se utilizan para planificar estrategias, asumir retos y

contribuyen a convivir con la incertidumbre controlando al mismo tiempo los procesos de toma de decisiones. También, las técnicas heurísticas que desarrolla constituyen modelos generales de tratamiento de la información y de razonamiento y consolida la adquisición de destrezas involucradas en la competencia de *aprender a aprender* tales como la autonomía, la perseverancia, la sistematización, la reflexión crítica y la habilidad para comunicar con eficacia los resultados del propio trabajo.

La aportación a la *competencia social y ciudadana* desde la consideración de la utilización de las matemáticas para describir fenómenos sociales. Las matemáticas, fundamentalmente a través del análisis funcional y de la estadística, aportan criterios científicos para predecir y tomar decisiones. También se contribuye a esta competencia enfocando los errores cometidos en los procesos de resolución de problemas con espíritu constructivo, lo que permite de paso valorar los puntos de vista ajenos en plano de igualdad con los propios como formas alternativas de abordar una situación.

Objetivos

La enseñanza de esta materia en este curso tendrá como objetivo el desarrollo de las siguientes capacidades en los alumnos:

1. Mejorar la capacidad de pensamiento reflexivo e incorporar al lenguaje y modos de argumentación las formas de expresión y razonamiento matemático, tanto en los procesos matemáticos o científicos como en los distintos ámbitos de la actividad humana, con el fin de comunicarse de manera clara, concisa y precisa.
2. Aplicar con soltura y adecuadamente las herramientas matemáticas adquiridas a situaciones de la vida diaria.
3. Reconocer y plantear situaciones susceptibles de ser formuladas en términos matemáticos, elaborar y utilizar diferentes estrategias para abordarlas y analizar los resultados utilizando los recursos más apropiados.
4. Detectar los aspectos de la realidad que sean cuantificables y que permitan interpretarla mejor: utilizar técnicas de recogida de la información y procedimientos de medida y realizar el análisis de los datos mediante el uso de distintas clases de números y la selección de los cálculos apropiados, todo ello de la forma más adecuada, según la situación planteada.
5. Identificar los elementos matemáticos (datos estadísticos, geométricos, gráficos, cálculos, etc.) presentes en los medios de comunicación, internet, publicidad u otras fuentes de información, analizar críticamente las funciones que desempeñan estos elementos matemáticos y valorar su aportación para una mejor comprensión de los mensajes.
6. Identificar las formas planas o espaciales que se presentan en la vida diaria y analizar las propiedades y relaciones geométricas entre ellas, adquiriendo una sensibilidad progresiva ante la belleza que generan.

7. Utilizar de forma adecuada los distintos medios tecnológicos (calculadoras, ordenadores, etc.) tanto para realizar cálculos como para buscar, tratar y representar informaciones de índole diversa y también como ayuda en el aprendizaje.
8. Actuar ante los problemas que se plantean en la vida cotidiana de acuerdo con modos propios de la actividad matemática, tales como la exploración sistemática de alternativas, la precisión en el lenguaje, la flexibilidad para modificar el punto de vista o la perseverancia en la búsqueda de soluciones.
9. Elaborar estrategias personales para el análisis de situaciones concretas y la identificación y resolución de problemas, utilizando distintos recursos e instrumentos y valorando la conveniencia de las estrategias utilizadas en función del análisis de los resultados y de su carácter exacto o aproximado.
10. Manifestar una actitud positiva ante la resolución de problemas y mostrar confianza en la propia capacidad para enfrentarse a ellos con éxito y adquirir un nivel de autoestima adecuado, que le permita disfrutar de los aspectos creativos, manipulativos, estéticos y utilitarios de las matemáticas.
11. Integrar los conocimientos matemáticos en el conjunto de saberes que se van adquiriendo desde las distintas áreas de modo que puedan emplearse de forma creativa, analítica y crítica.
12. Valorar las Matemáticas como parte integrante de nuestra cultura: tanto desde un punto de vista histórico como desde la perspectiva de su papel en la sociedad actual y aplicar las competencias matemáticas adquiridas para analizar y valorar fenómenos sociales como la diversidad cultural, el respeto al medio ambiente, la salud, el consumo, la igualdad entre los sexos o la convivencia pacífica.

Contenidos

Bloque 1. *Contenidos comunes*

- Planificación y utilización de procesos de razonamiento y estrategias de resolución de problemas, tales como la emisión y justificación de hipótesis o la generalización.
- Expresión verbal de argumentaciones, relaciones cuantitativas y espaciales y procedimientos de resolución de problemas con la precisión y rigor adecuados a la situación.
- Interpretación de mensajes que contengan argumentaciones o informaciones de carácter cuantitativo o sobre elementos o relaciones espaciales.
- Adquisición de las destrezas lingüísticas necesarias para el aprendizaje del área: comprensión de textos escritos y orales, conocimiento del vocabulario específico, uso correcto de la expresión oral y escrita, etc.
- Comprensión de la información de las fuentes escritas a través de esquemas, gráficos, mapas conceptuales, resúmenes, etc.

- Confianza en las propias capacidades para afrontar problemas, comprender las relaciones matemáticas y tomar decisiones a partir de ellas.
- Perseverancia y flexibilidad en la búsqueda de soluciones a los problemas y en la mejora de las encontradas.
- Utilización de herramientas tecnológicas para facilitar los cálculos de tipo numérico, algebraico o estadístico, las representaciones funcionales y la comprensión de propiedades geométricas.

Bloque 2. *Números y álgebra*

- Sucesiones. Concepto y cálculo de límite de una sucesión (utilizando la calculadora, el ordenador,...).
- Resolución de ecuaciones polinómicas utilizando la regla de Ruffini.
- Fracciones algebraicas: operaciones y simplificación.
- Profundización en la resolución gráfica y algebraica de ecuaciones, inecuaciones y sistemas de ecuaciones.
- Resolución de ecuaciones exponenciales, logarítmicas y trigonométricas.
- Profundización en la resolución de problemas cotidianos y de otras áreas de conocimiento mediante ecuaciones y sistemas.

Bloque 3. *Geometría*

- Profundización en la resolución de problemas métricos: cálculo de longitudes, áreas y volúmenes.
- Resolución de problemas mediante la descomposición en triángulos rectángulos.
- Funciones trigonométricas (utilizando distintas unidades de medida de ángulos).
- Iniciación a la geometría analítica plana. Coordenadas de puntos y vectores. Vectores fijos y vectores libres. Suma de vectores. Distintas formas de la ecuación de la recta.

Bloque 4. *Funciones y gráficas*

- Variable, dominio e imagen de una función.
- Función inversa y composición de funciones.
- Introducción al límite y continuidad de una función. Límites laterales. Determinación de límites con calculadora y a partir de gráficas. Notación e interpretación gráfica del límite.
- Asíntotas.
- Estudio gráfico y representación de algunas funciones racionales.

Bloque 5. Estadística y probabilidad

- Técnicas de recuento. Introducción a la combinatoria. Números combinatorios. Binomio de Newton.
- Profundización en la resolución de problemas de estadística y probabilidad.

Criterios de evaluación

1. Elaborar y utilizar estrategias para buscar regularidades numéricas en sucesiones de números reales.

Se pretende comprobar la capacidad para analizar regularidades y obtener expresiones simbólicas de series numéricas así como la tendencia de estas series. Se evaluarán también las estrategias utilizadas y la notación empleada.

2. Simplificar expresiones algebraicas formadas por sumas, restas, multiplicaciones, divisiones y potencias.

Se trata de comprobar el manejo de expresiones algebraicas, la realización de operaciones con ellas, la utilización de los productos notables y la regla de Ruffini y la simplificación de fracciones algebraicas.

3. Resolver distintos tipos de ecuaciones y sistemas.

Se trata de garantizar que los alumnos adquieran destrezas y soltura en la resolución de distintos tipos de ecuaciones (polinómicas, con radicales, exponenciales, logarítmicas, trigonométricas) y sistemas de ecuaciones, valorando las estrategias utilizadas.

4. Representar y analizar situaciones y estructuras matemáticas utilizando símbolos y métodos algebraicos para resolver problemas.

Este criterio va dirigido a comprobar la capacidad de usar el álgebra simbólica para representar y explicar relaciones matemáticas y utilizar sus métodos en la resolución de problemas mediante inecuaciones, ecuaciones y sistemas.

5. Utilizar instrumentos, fórmulas y técnicas apropiadas para obtener medidas directas e indirectas en situaciones reales.

Se pretende comprobar la capacidad de desarrollar estrategias para calcular magnitudes desconocidas a partir de otras conocidas, utilizar los instrumentos de medida disponibles, aplicar las fórmulas apropiadas y desarrollar las técnicas y destrezas adecuadas para realizar la medición propuesta. También se trata de comprobar la correcta utilización de las unidades angulares del sistema métrico sexagesimal, y de las relaciones y razones de la trigonometría elemental para resolver problemas trigonométricos de contexto real, con la ayuda, si es preciso, de la calculadora científica.

6. Conocer y utilizar los conceptos y procedimientos básicos de la geometría analítica plana para representar, describir y analizar formas y configuraciones geométricas sencillas.

Se trata de evaluar la capacidad para establecer correspondencias analíticas entre las coordenadas de puntos y vectores y utilizarlas para calcular la distancia entre dos puntos o el módulo de un vector y reconocer y obtener la ecuación general y explícita de la recta y utilizarlas en el estudio analítico de las condiciones de incidencia y paralelismo.

7. Identificar relaciones cuantitativas en una situación y determinar el tipo de función que puede representarlas, y aproximar e interpretar la tasa de variación media a partir de una gráfica, de datos numéricos o mediante el estudio de los coeficientes de la expresión algebraica.

Este criterio pretende evaluar la capacidad de discernir a qué tipo de modelo, de entre los estudiados: lineal, cuadrático, de proporcionalidad inversa, exponencial, logarítmica o trigonométrica, responde a un fenómeno determinado y de extraer conclusiones razonables de la situación asociada al mismo, utilizando para su análisis, cuando sea preciso, las tecnologías de la información. Además, a la vista del comportamiento de una gráfica o de los valores numéricos de una tabla, se valorará la capacidad de extraer conclusiones sobre el fenómeno estudiado. Para ello será preciso la aproximación e interpretación de la tasa de variación media a partir de los datos gráficos, numéricos o valores concretos alcanzados por la expresión algebraica.

8. Interpretar y representar gráficamente funciones.

Se trata de evaluar si el alumno es capaz de interpretar gráficamente el dominio, cortes con los ejes, límites laterales, continuidad, asíntotas... de una función así como de dibujar la gráfica de una función dada su expresión algebraica u otras condiciones, utilizando para ello, si fuera preciso, la calculadora u otras herramientas.

9. Elaborar e interpretar tablas y gráficos estadísticos, así como los parámetros estadísticos más usuales en distribuciones unidimensionales y valorar cualitativamente la representatividad de las muestras utilizadas.

En este nivel adquiere especial significado el estudio cualitativo de los datos disponibles y las conclusiones que pueden extraerse del uso conjunto de los parámetros estadísticos. Se pretende, además, que se tenga en cuenta la representatividad y la validez del procedimiento de elección de la muestra y la pertinencia de la generalización de las conclusiones del estudio a toda la población.

10. Aplicar los conceptos y técnicas de cálculo de probabilidades para resolver diferentes situaciones y problemas de la vida cotidiana.

Se pretende que los alumnos sean capaces de identificar el espacio muestral en experiencias simples y en experiencias compuestas sencillas, en contextos concretos de la vida cotidiana,

y utilicen la Ley de Laplace, los diagramas de árbol, las tablas de contingencia o las técnicas de recuento combinatorias para calcular probabilidades. Se pretende, además, que los resultados obtenidos se utilicen para la toma de decisiones razonables en el contexto de los problemas planteados.

11. Planificar y utilizar procesos de razonamiento y estrategias de resolución de problemas, tales como la emisión y justificación de hipótesis o la generalización, y expresar, verbalmente y por escrito, con precisión y rigor, razonamientos, relaciones cuantitativas, e informaciones que incorporen elementos matemáticos, valorando la utilidad y simplicidad del lenguaje matemático para ello

Se trata de evaluar la capacidad del alumno para planificar el camino hacia la resolución de un problema, comprender las relaciones matemáticas y aventurar y comprobar hipótesis, confiando en su propia capacidad e intuición. También, se trata de valorar la precisión y el rigor del lenguaje utilizado para expresar todo tipo de informaciones que contengan cantidades, medidas, relaciones, numéricas y espaciales, así como estrategias y razonamientos utilizados en la resolución de un problema.